Aufgabe 1 (Newton- und Sekantenverfahren) Typ: **schriftlich (10 Punkte)**

Implementieren Sie das Newton- und das Sekantenverfahren zur Bestimmung einer Nullstelle der Funktion $f : I \to \mathbb{R}$, $I \subset \mathbb{R}$.

a) Das Newtonverfahren hat ausgehend von einem Startwert x_0 die Iterationsvorschrift

$$x^{(k+1)} = x^{(k)} - \frac{f(x^{(k)})}{f'(x^{(k)})}.$$

Realisieren Sie das Verfahren mit einer Funktion der Gestalt `function [xvec, k] = newton(f, df, x0, maxit, tol)`, die maximal `maxit` Iterationen durchführt und terminiert, falls $|f(x^{(k+1)})| <$ `tol`. Geben Sie die Anzahl der benötigten Iterationen `k` und den Vektor `xvec`, der an $(k+1)$-ter Stelle die Iterierte $x^{(k)}$ entält, zurück. Fangen Sie den Fall $f'(x^{(k)}) = 0$ ab, indem Sie das Verfahren mit einer Fehlermeldung (`disp('df = 0!')`) beenden.

b) Das Sekantenverfahren berechnet ausgehend von zwei Startwerten $x^{(0)}, x^{(1)}$ die Iterierten

$$x^{(k+1)} = x^{(k)} - \frac{x^{(k)} - x^{(k-1)}}{f(x^{(k)}) - f(x^{(k-1)})} f(x^{(k)}).$$

Realisieren Sie das Verfahren mit einer Funktion der Gestalt `function [xvec, k] = secant(f, x0, x1, maxit, tol)` analog zu Teilaufgabe **a)**.

c) Stellen Sie fest, wann wir endlich neun Milliarden Menschen auf der Erde haben, indem Sie beide Verfahren an der Funktion $f(x) = a/(1 - c\mathrm{e}^{-dx}) - 9$ testen, wobei $a = 9.8606$, $c = -1.1085 \cdot 10^{25}$, $d = 0.029$, $f'(x) = -acd\mathrm{e}^{-dx}/(1 - c\mathrm{e}^{-dx})^2$. Verwenden Sie als Startwert `x0 = 1961`, für das Sekantenverfahren zusätzlich `x1 = 2100`, sowie `maxit = 12` und `tol = 0`. Geben Sie die Iterierten aus (`fprintf('%4.12f\n', xvec)`) und bestimmen Sie, wie viele Iterationen jeweils bis zum Erreichen der Maschinengenauigkeit benötigt werden.

Hinweis: Übergeben Sie die Funktionen `f` und `df` als sogenannte Inline-Funktionen, z.B. `f = inline('sin(x)', 'x')`, die Sie innerhalb Ihrer Verfahren mit `feval(f, x)` auswerten können (mehr dazu in der Übung).